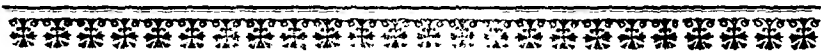


*Рождественский Д. В., свящ.* Математическое доказательство  
необходимости бытия Божия (Пер. с фр.) / Пер. свящ.

Д. В. Рождественского // Богословский вестник 1915. Т. 1.  
№ 2. С. 395—429 (1-я пагин.).



## Математическое доказательство необходимости бытия Божія.

(Переводъ съ французскаго). <sup>1)</sup>

Бытіе Божіе—истина математическая и  
послѣднее слово современной науки.

*Гирнъ.*

### ПРЕДИСЛОВІЕ.

#### Характерныя черты математическаго доказательства бытія Божія.

Можно ли математическимъ путемъ доказывать бытіе Божіе? Нѣтъ, утверждаютъ одни; да, отвѣчаютъ другіе. Мы рѣшительно становимся на сторону послѣднихъ. Мы всегда были убѣждены, что бытіе Божіе можно доказывать математически и—способами очень простыми <sup>2)</sup>. Мы вѣримъ, что Богъ есть основаніе всякой истины; что, слѣдовательно, всякая наука способна, въ каждый данный моментъ ея развитія, прославлять Его, возвѣщая о Немъ; и мы полагаемъ, что странно было бы допустить, будто именно тѣ науки, которыя ведутъ къ истинамъ наиболѣе достовѣрнымъ, однѣ лишь безсильны содѣйствовать торжеству истины, превосходящей всѣ прочія по своей несомнѣнности.

Но мы не склонны предаваться иллюзіямъ въ вопросѣ о степени убѣдительности подобнаго рода доказательства. Мы заявляемъ даже, что это доказательство, будучи вообще

<sup>1)</sup> Nécessité mathématique de l'existence de Dieu. Explications, Opinions, Démonstration par René de Cléré. Paris, 1899.

<sup>2)</sup> На протяженіи этого труда мы ограничимся исключительно областью элементарной математики и оставимъ въ сторонѣ исчисленіе и теоріи бесконечно малыхъ.

пріемлемымъ, можетъ оказаться рѣшительно неубѣдительнымъ для большинства умовъ,—что удивленный, быть можетъ, подобнымъ утвержденіемъ читатель легко пойметъ изъ слѣдующихъ разсужденій.

Что касается самой основы математическихъ наукъ, то здѣсь существуютъ разногласія въ пониманіи первоначальныхъ положеній,—разногласія, которыя даютъ поводъ къ смѣшенію терминовъ, уже освященныхъ употребленіемъ. Пусть всѣ согласны относительно послѣдовательности выводовъ, вообще неопровержимыхъ; однако, нѣтъ согласнаго пониманія сущности того принципа, на которомъ они основываются; такъ что науки, называемыя *точными*, представляютъ изумительное зрѣлище зданія, прочно устроеннаго на колеблющемся фундаментѣ. Дѣйствительно, принятіе этого принципа есть вопросъ чувства, интуиціи, а не размышленія,—вопросъ, который каждымъ, приступающимъ къ его рѣшенію, съ своимъ я, выясняется особымъ, свойственнымъ ему образомъ.

Поэтому математики не всѣ одинаково понимаютъ математическую безконечность и могутъ спорить о ея сущности, не убѣждая одни другихъ. Поэтому же,—по крайней мѣрѣ, на нашъ взглядъ,—принятые термины: *безконечно малая* и *безконечно большія* неудобны для обозначенія такихъ количествъ, которыя, не будучи равны нулю или безконечности, а будучи лишь переменными и приближающимися къ нулю или къ безконечности, суть не иное что, какъ количества *неопредѣленно малыя* и *неопредѣленно большія*. Какъ замѣтилъ аббатъ Муаньо, „предположеніе существованія такихъ элементовъ, которые не суть нули, которые могутъ даже быть вдвое, втрое, вчетверо большими другихъ количествъ и которые, вмѣстѣ съ тѣмъ, на дѣлѣ меньше всякой данной величины, заключаетъ противорѣчіе въ терминахъ“<sup>1)</sup>.

Отсюда понятно, что мы хотимъ сказать.—Математическое доказательство бытія Божія, естественно, требуетъ введенія въ разсужденіе *понятія* о безконечности. Это неизбежно потому, что дѣло касается доказательства бытія Существа безконечнаго. Это доказательство будетъ, слѣдовательно, доступно только лицамъ, имѣющимъ о безконечности то же

<sup>1)</sup> Encyclopédie du XIX-e siècle.

понятіе, какое имѣеть авторъ. Оно будетъ лишено смысла для всѣхъ прочихъ. Представьте, что кто-нибудь, читавъ первую книгу геометріи, сказалъ бы вамъ: „все это было бы совершенно справедливо, еслибы линія была именно тѣмъ, чѣмъ ее представляетъ авторъ. Но для меня линія не то; а она вотъ—что..; такимъ образомъ, всѣ эти выводы меня не касаются“. Ему нечего было бы сказать въ отвѣтъ, кромѣ того, что геометрія,—по крайней мѣрѣ, Евклидовская (такъ какъ она не единственно возможная),—<sup>1)</sup> существуетъ не для него.

Безъ труда, значить, разъясняется, что принятая для такихъ деликатныхъ и тонкихъ матерій терминологія, сама по себѣ, двойственна по значенію. Одни и тѣ же выраженія для лицъ различнаго умственного склада не имѣють одинаковаго значенія; слѣдовательно, не имѣють во всѣхъ случаяхъ одного и того же смысла. По этой причинѣ, часто бываетъ весьма затруднительно съ точностью опредѣлить другому такія понятія, которыя не легко было бы формулировать самому себѣ, не смотря на ясное пониманіе значенія, придаваемого терминамъ.

Итакъ, мы убѣдительно просимъ читателя какъ слѣдуетъ вникнуть въ суть нашего пониманія и не придавать нашимъ выраженіямъ иного значенія, кромѣ установленнаго согласно съ нами. Слова, въ сущности, имѣють только тотъ смыслъ, какой имъ придадутъ; идеи—вотъ что нужно взвѣшивать, сравнивать и оцѣнивать. Мы будемъ, впрочемъ, насколько возможно, придерживаться обычнаго математическаго языка; а если намъ случится, вслѣдствіе бѣдности словаря, измѣнить ходячій смыслъ какого-либо изъ математическихъ терминовъ, мы будемъ предупреждать объ этомъ читателя.

Первая часть настоящаго труда, къ которой мы часто возвращались въ своихъ долгихъ размышленіяхъ, разъяснить, какъ мы смотримъ на вещи,—для того, чтобы не было никакого недоразумѣнія между читателемъ и нами.

Во второй части будетъ изложено основаніе математиче-

<sup>1)</sup> Евклидовская геометрія, помимо ея начальной аксіомы, что прямая линія есть кратчайшее разстояніе отъ одной точки до другой, основана на положеніи *условномъ*, но отсюда не необходимо, что пространство имѣеть три измѣренія.

скаго доказательства бытія Божія, заключающееся въ произведеніяхъ аббата Gratry, и подвергнуты разсмотрѣнію возраженія, выставляемыя противъ его цѣнности.

Послѣдняя, наконецъ, и наиболѣе важная часть дастъ въ дидактической формѣ опытъ подробнаго доказательства, лично намъ принадлежащаго, которое мы, сами того не зная, утвердили на томъ самомъ базисѣ, о которомъ впоследствии прочитали въ *Philosophie du Credo*. Мы обслѣдуемъ въ то же время возраженія противъ основного положенія и интересной особенности этого доказательства.

Это доказательство, повторяемъ, предназначается только для тѣхъ, которые смотрягъ на дѣло такъ же, какъ мы <sup>1)</sup>. Такимъ образомъ, эти послѣдніе не имѣютъ нужды въ немъ для того, чтобы повѣрить въ Бога. Оно не убѣдитъ ихъ, потому что они уже убѣждены посредствомъ многихъ болѣе прямыхъ доказательствъ, даже чрезъ интуицію, о чемъ мы скажемъ въ послѣднихъ строкахъ этого труда. Оно, поэтому, можетъ и должно и для нихъ быть тѣмъ же, что оно для насъ, т. е. доказательствомъ сверхъ необходимости, любопытною выдумкою, оригинальною роскошью.

Быть можетъ, съ тою же искреннею радостью, какую испытываютъ, встрѣчаясь на окольной тропинкѣ съ истиною уже знакомою, они скажутъ: „Богъ есть. Довольно было бы и одного доказательства. Но все возвѣщаетъ о Немъ, до математики включительно“.

Быть можетъ также, кто нибудь изъ тѣхъ, которые смо-

<sup>1)</sup> „Il est assez inutile de proposer au commun des hommes de ces démonstrations que l'on peut appeler *personnelles*. Que toute personne donc pour qui cette démonstration est faite, s'écrie de tout son coeur: Je vous remercie de n'être pas comme un de ceux-là! Ici, la prière du Pharisien est permise et même ordonnée...“ (Malebranche, Recherche de la Vérité, livre II, chap XI).—Прим. пер. Переводчику удалось найти въ сочиненіяхъ Мальбранша только начало выписаннаго въ примѣчаніи, и не во второй книгѣ соч. „Recherche de la Vérité“ (она раздѣляется на три части, изъ коихъ первая имѣетъ семь главъ, вторая—восемь, третья—шесть), а въ одиннадцатой главѣ четвертой книги. Въ русскомъ переводѣ названнаго сочиненія Мальбранша—Е. Б. Сметловой, подъ ред. Э. Л. Радлова (С.-Петербургъ. 1906),—т. II, стр. 145, читаемъ: „но бесполезно толщъ предлагать эти доказательства. Эти доказательства можно назвать личными“... Имѣется ли въ сочиненіяхъ Мальбранша продолженіе цитованнаго въ примѣчаніи или ссылка на Recherche de la Vérité поставлена не на мѣстѣ, переводчикъ рѣшить отказывается.

трать на вещи иначе, чѣмъ мы, заинтересуется какимъ либо соображеніемъ, совпаденіемъ, аналогіею и пожелаетъ вникнуть въ это дѣло глубже.

Въ томъ и другомъ случаѣ, мы были бы щедро вознаграждены за нашу трудъ.

## ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

### Предварительныя разъясненія.

Дистинкціи. Понятіе безконечнаго. Предѣльная безконечность. Возраженія. Существо безконечное. Проявленія безконечнаго. Безконечность математическая.

I. **Дистинкціи.** Прежде всего, не слѣдуетъ смѣшивать вещей по существу различныхъ: *конечнаго* (*fini*) и *опредѣленнаго* (*défini*), *безконечнаго* (*infini*) и *неопредѣленнаго* (*indéfini*). Въ смыслѣ абсолютномъ, нѣтъ ничего незаконченнаго, *неопредѣленнаго*, а все *опредѣленно*; неточное, *неопредѣленное* можетъ быть только въ относительномъ смыслѣ.

*Безконечное*, по существу, есть нѣчто *опредѣленное*. Что касается *конечнаго*, и оно само по себѣ *опредѣленно*; но по отношенію къ конечному существу оно можетъ быть *неопредѣленнымъ*, т. е. это конечное существо можетъ не знать его предѣловъ, хотя бы оно имѣло вполне опредѣленныя границы. Итакъ, нѣтъ ничего *неопредѣленнаго*, но *конечное* можетъ казаться *неопредѣленнымъ* конечному существу.

II. **Понятіе безконечнаго.**—Мы понимаемъ *безконечную великость* и *безконечную малость*. Это фактъ, даже въ математикѣ. Возьмемъ, для примѣра, геометрію. Начальный постулатъ планиметріи сводится къ такому положенію, которое воспринимается чувствомъ, но не подлежитъ доказательству: плоскость имѣетъ два измѣренія, линія имѣетъ только одно, точка не имѣетъ ни одного. Слѣдовательно, всякая плоскость содержитъ *безконечное множество* линій, всякая линія—*безконечное множество* точекъ.—Упраздните такое пониманіе, и вся геометрія рушится, начиная съ основанія. Но изъ этой безконечности линій или точекъ — пусть разсматриваютъ ее, какъ результатъ непрерывнаго прилаганія линій или точекъ, или какъ совокупность послѣдовательныхъ положеній, которыя занимаетъ движущаяся линія или точка,

или какъ рядъ постепенныхъ ограниченій плоскости или линіи, возрастающихъ въ размѣрѣ, или какънибудь иначе,—какъ бы ее (эту безконечность) ни представляли,—слагается, происходитъ, составляется плоскость или линія, или, если угодно, она содержится въ той или другой: эта безконечность линій или точекъ не можетъ быть только *неопредѣленными* рядомъ линій или точекъ; такъ какъ рядъ величинъ, равныхъ нулю, какъ бы ни былъ онъ *неопредѣленно* далеко продолжаемъ, никогда не составитъ чего-нибудь реального. Въ противномъ случаѣ, та наука, точность и согласіе выводовъ которой стоятъ внѣ сомнѣнія, покоилась бы на нелѣпомъ предположеніи, что недопустимо.  $N=0 \times \infty$ , съ первой строки геометріи, для насъ является истиною таинственною и для ума почти непріемлемою; однако, настолько очевидно, что она мгновенно овладѣваетъ имъ со всею властью интуиціи, не позволяя ему контролировать ее посредствомъ размышленія. Во всѣхъ направленіяхъ научнаго изысканія неизбѣжна встрѣча, въ извѣстный моментъ, съ разрывомъ связности, съ бездонною пропастью, изслѣдовать которую воспрещено. Мы можемъ перешагнуть чрезъ нее; но при томъ условіи, если наша ограниченная природа совершить это однимъ скачкомъ и не потеряется въ этой пустотѣ, пытаюсь пройти здѣсь обыкновеннымъ шагомъ. Математика, какъ и родственныя ей науки, — даже скорѣе, чѣмъ эти, дѣлаетъ рѣшительный скачокъ; и безъ сомнѣнія, поэтому то она ведетъ къ результатамъ болѣе надежнымъ и болѣе блестящимъ. Тайна перехода отъ конечнаго къ безконечному, на которую наталкиваются во всѣхъ областяхъ знанія, недоступна для человѣческаго разума; и, какъ очень хорошо выразался одинъ мыслитель, впрочемъ, странный,—une table tournante<sup>1)</sup>—„интуиція—подъемный мостъ, переброшенный отъ извѣстнаго къ неизвѣстному, отъ конечнаго къ безконечному“<sup>2)</sup>.

III. Предѣльная безконечность. Для насъ понятно также, что, будучи существами *конечными*, ограниченными пространствомъ и временемъ, мы не смогли бы даже мысленно дойти ни до безконечной великости, ни до безконечной

<sup>1)</sup> Получавшій сообщенія на спиритическихъ сеансахъ. Прим. ред.

<sup>2)</sup> Eugène Nus; *Choses de l'autre Monde*.

малости, какія бы усилія мы тутъ ни употребляли, производя *неопредѣленно* великое и *неопредѣленно* малое. Если есть что-нибудь въ сферѣ земного бытія достовѣрное, такъ это—невозможность числа дѣйствительно безконечнаго. Мы понимаемъ, наконецъ, что, еслибы мы могли увеличивать или уменьшать извѣстное количество не *неопредѣленно* долго, но *безконечно*, т. е. еслибы мы были *безконечными*, мы достигли бы  $\infty$  или 0; что  $\infty$  или 0, которыя для насъ лишь *предѣлы*, къ которымъ *направляется* движеніе этого количества, сдѣлались бы тогда для насъ *конечными пунктами*, у которыхъ движеніе *прекращалось бы*; что, слѣдовательно, *сами въ себя, абсолютно*,  $\infty$  или 0 представляютъ не *неопредѣленное* приближеніе къ послѣднему предѣлу измѣняющейся величины, но въ строгомъ смыслѣ этотъ самый предѣлъ.

Эго и ведетъ къ тому, что доказательство по методу *предѣловъ*, столь часто примѣняемое въ математикѣ,—напр., въ геометріи—для окружности, круга, шара и пр., обладаетъ точностью. Здѣсь не подлежатъ спору ни законность этого метода, ни результаты его примѣненія. Наконецъ, часто другого способа и не имѣется. Олѣ же, можно сказать, очевидно для всѣхъ. Такимъ образомъ, достаточно основаніи для того, чтобы считать неудобнымъ съ нашей стороны отказываться отъ его употребленія при случаѣ.

IV. **Возраженія.** Есть такіе люди, которые, усвоивъ мысль только *неопредѣленно великое*, которое они неправильно называютъ *безконечнымъ*, коего, по нашему мнѣнію, оно есть только подобіе, склонны отвергать реальность истинной и абсолютной Безконечности. Вольному воля! Эготъ трудъ не имъ предназначается; это было бы все равно, что говорить о цвѣтахъ слѣпорожденнымъ; — (пусть только не придается этому сравненію оскорбительнаго смысла) <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> „Есть петши, которыя человекъ можетъ воспринять лишь *мыслью сердца своего*. Нерѣдко случается, что добрый человекъ приходитъ въ замѣшательство, видя, какъ лица, которыхъ просвѣщенные взгляды онъ уважаетъ, отвергаютъ тѣ доказательства, которыя ему самому кажутся ясными. Здѣсь числоо недоразумѣніе: этимъ лицамъ недостаетъ чульа, вотъ и все...“ J. de Maistre, *Soirées de Saint—Petersbourg.*—9-e Entretien. *Прим. перев.* См. брюссельское изданіе 1838 г., т. II, стр. 119; къ выраженію: *l'esprit de son coeur* здѣсь есть примѣчаніе: „Mente cordis sui (Luc. I, 51).“

Есть люди иного рода, которые готовы утверждать, что это понятіе принадлежит всецѣло метафизикѣ и не есть понятіе математическое; что въ математикѣ нельзя разсуждать о чемъ-либо другомъ, какъ только о бесконечности и нулѣ *предѣльныхъ*, но не *абсолютныхъ*. Но это только пустыя слова,—выраженія, не соотвѣтствующія ничему въ дѣйствительности. Какое различіе допускается, въ сущности, между бесконечностью или нулемъ *предѣльными* и бесконечностью или нулемъ *абсолютными*? Это все одно. Какъ было только что сказано, будучи *абсолютными* сами по себѣ, бесконечность или нуль, *предѣльны* для насъ, когда мы пытаемся дойти до нихъ путемъ послѣдовательнаго увеличенія или уменьшенія конечнаго. Притомъ, если назвать нулемъ *предѣльнымъ* нуль въ слѣдующемъ уравненіи:

$$2-1-1/2-1/4-1/8\dots-0=0;$$

то нельзя отрицать того, что въ выраженіи:  $2-2=0$  нуль будетъ нулемъ абсолютнымъ. Но какое же различіе между этими двумя нулями, и что можетъ препятствовать изобразить эти равенства въ такомъ видѣ:

$$2-2=2-1-1/2-1/4-1/8\dots-0=0?$$

Есть ли смыслъ въ различеніи числа 4 абсолютнаго и 4 предѣльнаго; и остановится ли кто-нибудь въ нерѣшительности предъ написаніемъ:  $2+2=2+1+1/2+1/4+1/8\dots+0=4$ ?

Шаръ, цилиндръ, конусъ, кругъ не *абсолютны* ли и не *предѣльны* ли въ одно и то же время?—абсолютны постольку, поскольку они не воображаемы только, но и реальны; предѣльны постольку, поскольку мы не можемъ построить ихъ чрезъ послѣдовательное умноженіе граней и сторонъ правильнаго вписаннаго многогранника или многоугольника, хотя и приближаясь къ этой цѣли болѣе и болѣе; такъ какъ мы не въ силахъ осуществить въ дѣйствительности число бесконечное.

V. **Бесконечное Существо.** Аксиомы: ни что не происходитъ изъ ничего, ни что не превращается въ ничто истинны только при томъ условіи, если въ качествѣ факторовъ мы имѣемъ предъ собой существа конечныя. Если же имѣются въ виду



факторы безконечныя, тогда слѣдуетъ сказать: *ни что не происходитъ чрезъ ничто, ни что не уничтожается чрезъ ничто*; а это совсѣмъ иное. Существо безконечное необходимо обладаетъ силою неограниченнаго воспроизведенія, равно какъ и силою неограниченнаго разрушенія, т. е. могуществомъ творчества и уничтоженія. Въ этомъ всемогуществѣ нѣтъ ничего противорѣчащаго разуму. Кто признаетъ Существо безконечное, тотъ необходимо признаетъ возможность творчества. И несомнѣнно, нашъ умъ допускаетъ безъ противорѣчія возможность творенія. То, что единственно противорѣчитъ разуму, это—понятіе творенія чрезъ существо *конечное*, будь оно *сколь угодно (indefinitement)* велико.

VI. Проявленія Безконечнаго. Безконечное ускользаетъ отъ насъ, потому что мы конечны. Благодаря нашимъ познавательнымъ способностямъ, нашъ взоръ прямо обращенъ на него, но мы не въ состояніи достигнуть его или приблизиться къ нему. Это похоже на то, какъ еслибы мы всегда видѣли предъ собою какой нибудь предметъ (въ неясныхъ очертаніяхъ), шли бы къ нему безостановочно, а онъ постоянно отступалъ бы отъ насъ, оставляя всегда одно и то же разстояніе.—И тѣмъ не менѣе, Безконечное въ такой мѣрѣ находится повсюду вокругъ насъ, что иногда мы почти соприкасаемся съ нимъ. Мы созерцаемъ фигуры и тѣни предметовъ, линіи безъ ширины, плоскости безъ толщины; роды монадь, образующихъ тѣла, которыя представляютъ сущности, подлежащія измѣренію и отнюдь не чистыя ничтожества; роды *идей*, доступныхъ нашимъ чувствамъ, образы поразительные, напоминающіе нѣчто, *произведенное какою то силою изъ ничто*.—И однако, Безконечное въ такой мѣрѣ есть основа всего существующаго, что мы безсознательно полагаемъ его, какъ аксіому, въ основаніе нашихъ наукъ, отличающихся наибольшею достовѣрностью, которыя мы называемъ *точными*. Наконецъ, не говоря объ исчисленіяхъ дифференціальномъ и интегральномъ,—что стало бы, напр., съ геометріею, если не допустить съ самаго начала какъ истину, не подлежащую доказательству, что линія происходитъ отъ движенія точки, не имѣющей измѣренія, или, что то же, составлена изъ *безконечнаго числа* непротяженныхъ точекъ?—И кромѣ того, существованіе безконечнаго столь непоколебимо и есть нѣчто столь опредѣленное, что какъ

скоро оно обуславливаетъ, въ какомъ нѣбудь отношеніи, конечные результаты, эти результаты входятъ полностью въ сферу нашего пониманія. Такъ, не замѣчательно ли, что мы можемъ вычислить *точно* сумму членовъ геометрической прогрессіи, имѣющей своимъ предѣломъ нуль? Пусть будетъ убывающая прогрессія съ знаменателемъ  $\frac{1}{5}$ :

$$25, 5, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125} \dots 0.$$

Мы могли бы провести милліоны лѣтъ, занимаясь написаніемъ этого убывающаго ряда и не доходя до его послѣдняго члена 0. Даже въ мысли, которая дѣлаетъ насъ независимыми отъ пространства и времени, это невозможно для насъ. Но такъ какъ сумма этого безкопечнаго количества членовъ, въ своей большей части, навсегда неизвѣстныхъ намъ, есть величина конечная, то мы можемъ опредѣлить ее. Мы знаемъ, что  $S = \frac{1q - a}{q - 1}$ . И вотъ, вооружившись этою теоремою, мы безъ затрудненія находимъ, что эта сумма равна 31, 25—въ болѣе, ни менѣе.—Сверхъ того, наконецъ, если мы попытаемся изобразить гипотезу несуществованія Безкопечнаго, наше изображеніе будетъ математическимъ абсурдомъ, какъ мы потомъ докажемъ (теорема VII).

VII. **Безконечность математическая.** Но что же такое, однако, безконечность математическая, о которой, какъ вы говорите, вы имѣете понятіе и которая не есть ничто неопредѣленное? Какъ вы опредѣлите ее?

Замѣтимъ сначала, что если безкопечное открывастся челоуѣку только въ полетѣ мысли, то оно не допускаетъ для себя точнаго опредѣленія. Причина тому очень простая. Когда что либо опредѣляютъ, тѣмъ самымъ его ограничиваютъ. Но безкопечное не имѣетъ границъ. Оно воспринимается *чувствомъ* (*l'infini se sent*); но какъ только умъ сдѣлаетъ попытку овладѣть имъ, проанализировать его, изслѣдовать его таинственную природу, безсиліе ума обнаруживастся ясно; и какъ тотъ смертный, который хотѣлъ бы въ своихъ бранныхъ рукахъ удержать небесное видѣніе, онъ напрасно истощаетъ свои усилія.

Во всякомъ случаѣ, наша мысль будетъ понятна, если мы скажемъ, что количество безконечно большое, или просто *безконечное* ( $\infty$ ), это такое количество, которое мы представляемъ, по существу, неспособнымъ къ увеличенію. Коли-

чество бесконечно малое, или *нулевое* (0), это такое количество, которое, само по себѣ, не можетъ быть уменьшено <sup>1)</sup>).

Мы признаемъ, что слово „количество“, поставляемое на ряду съ „бесконечное“, имѣетъ неточное значеніе; такъ какъ „количество“, по этимологическому значенію и арифметическому употребленію, есть именно все то, что способно къ увеличенію или къ уменьшенію. Наше опредѣленіе, такимъ образомъ, очень несовершенно, потому что оно равносильно такому выраженію: бесконечность есть количество, которое не представляетъ количества. Однако, мы не нашли болѣе подходящаго выраженія. Приходится удовлетворяться терминами, существующими въ человѣческомъ языкѣ; чему и слѣдуетъ принятый математическій языкъ, санкціонирующій выраженія: „количество бесконечное“ и „количество нулевое“.

## ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

### Основаніе предложеннаго доказательства.

Наложеніе. Возраженія. Исслѣдованіе и опроверженіе.

**I. Изложеніе.** Мы уже изложили доказательство, которое составляетъ третью часть настоящаго труда, когда съ удовольствіемъ встрѣтили въ произведеніяхъ аббата Гратри первоначальную мысль, на которой оно основывается.

На первыхъ страницахъ сочиненія *Philosophie du Credo*, въ примѣчаніи, философъ—математикъ, запятый опроверженіемъ пантеистическаго разсужденія Ламенэ, написалъ именно слѣдующія нѣсколько строкъ: „почему пантеисты,—тѣ, по крайней мѣрѣ, которые, подобно Ламенэ, дѣлаютъ намъ, основываясь на алгебрѣ, возраженія, которыя я только что привелъ,—почему они не возмутъ на себя труда уяснить себѣ слѣдующій фактъ: математическія науки, конечно, доказываютъ свойственнымъ имъ способомъ, что ни что не можетъ произойти изъ ничего и, напр., *нуль*, умноженный на количество сколь угодно большое, никогда не дастъ въ

<sup>1)</sup> Мы отступаемъ здѣсь отъ обычнаго языка математическихъ наукъ, въ которомъ, какъ мы уже замѣчали, *количество бесконечно малое* (въ дѣйствительности, неопредѣленно малое) отличается отъ *количества нулевого*.

результатъ ничего кромѣ *нуля*? Итакъ, съ точки зрѣнія математической, какъ и со всякой другой, изъ ничего не происходитъ ничего.

„Но существуетъ одно неизбежное исключеніе изъ этого правила,—тотъ единственный случай, когда *нуль* умножается на *бесконечность*. Тогда произведеніе, вмѣсто того, чтобы быть нулевымъ, есть *конечная величина*, сколь угодно малая или сколь угодно большая. Произведеніе *нуля* на *бесконечность* представляетъ всѣ возможныя величины, или неопредѣленный рядъ величинъ... Также и христіанство... учить объ этомъ... Богъ, Существо бесконечное, можетъ все создать изъ ничего.

„Такимъ образомъ, въ алгебрѣ есть такія теоремы, которыя, по аналогіи, соотвѣтствуютъ нашей богословской догмѣ творенія. Другими словами, математическое выраженіе нашей богословской догмы правильно. Не говорите, что нельзя доказывать религіозныя истины при помощи геометріи. Я это отлично понимаю. Но можно, при помощи геометріи, опровергать возраженія, заимствуемая изъ области той же геометріи“.

Легко видѣть, что аббатъ Гратри, какъ бывший воспитанникъ политехнической школы, позволяетъ себѣ касаться этихъ взглядовъ математической философіи лишь съ большою осторожностью: онъ представляетъ извѣстныя алгебраическія теоремы не иначе, какъ соотвѣтствующими богословской догмѣ творенія лишь *по аналогіи*. Онъ заявляетъ даже о своемъ полномъ согласіи съ тѣмъ, что нельзя провѣрять религіозныя истины математически.

Нѣкоторое время спустя послѣ прочтенія этихъ строкъ въ *Philosophie du Credo*, мы нашли ихъ воспроизведенными, въ иной формѣ, въ статьѣ, принадлежащей одному артиллерійскому штабъ-офицеру и опубликованной въ журналѣ *Le Monde* <sup>1)</sup>, подъ заглавіемъ: *Un problème de métaphysique*.

„Въ этомъ мірѣ, гдѣ ограничено все, включая и силы человѣческія, ни что не происходитъ изъ ничего: *de nihilo nihil*. Но отсюда нельзя вывести достаточнаго возраженія противъ творенія самаго міра Богомъ, обладающимъ безпредѣльными совершенствами. Это разъясняется посредствомъ простаго арифметическаго дѣйствія.

<sup>1)</sup> Отъ 15 Іюня 1891 года.

„Въ дѣленіи, если измѣняютъ дѣлителя, частное также измѣняется и становится во столько разъ больше, во сколько уменьшается дѣлитель: если дѣлитель уменьшенъ до единицы, частное становится равнымъ дѣлимому. Если дѣлитель будетъ меньше единицы, частное станетъ больше дѣлимого и начнетъ приближаться къ безконечности по мѣрѣ того, какъ дѣлитель будетъ приближаться къ нулю. Наконецъ, еслибы дѣлитель обратился въ нуль, частное превзошло бы всякую опредѣленную конечную величину, т. е. стало бы безконечностью. Математики выражаютъ это формулою:

$$\frac{A}{0} = \infty, \text{ или: } A=0 \times \infty.$$

„Если А обозначаетъ мѣръ, то ясно, что онъ можетъ быть разсматриваемъ какъ произведение нуля на безконечность и что, слѣдовательно, Богъ, Который безконеченъ, могъ произвести мѣръ изъ небытія“...

II. **Возраженія.** Говоря по правдѣ, здѣсь не было настоящаго доказательства, но только, какъ въ *Philosophie du Credo*, изложение, только указаніе возможнаго основанія для подобнаго доказательства.

Какъ бы то ни было, на другой же день, въ томъ же самомъ журналѣ монсеньеръ d'Hulst возвысилъ свой весьма авторитетный голосъ съ тѣмъ, чтобы протестовать противъ вторженія алгебры въ область метафизическихъ вопросовъ и чтобы отвергнуть всякую убѣдительность доказательства творенія этимъ путемъ. Знаменитый прелатъ признавался, впрочемъ, что соображеніе Гратри когда то казалось ему увлекательнымъ и почти убѣдительнымъ; но размышленіе надъ нимъ уже давно привело его къ тому, чтобы не видѣть здѣсь ничего, кромѣ блестящей игры остроумія, построенной на двойной двусмысленности.

„Между предложеніемъ: „Богъ производитъ мѣръ изъ ничего“ и формулою:  $A=0 \times \infty$  я замѣчаю два непримиримыхъ различія. Прежде всего, Богъ и алгебраическая безконечность, ничто и математическій нуль не суть синонимы; затѣмъ, терминъ: „производитъ“ (produit) не имѣетъ одного значенія въ обоихъ случаяхъ.

„Во-первыхъ, формула:  $A=0 \times \infty$  представляетъ ничто иное, какъ преобразование другой формулы:  $\frac{A}{0} = \infty$  . Но въ этой по-

слѣдней 0 не обозначаетъ дѣйствительнаго ничто и  $\infty$  не обозначаетъ безконечность въ собственномъ смыслѣ. 0 есть воображаемый предѣлъ, къ которому приближается дробный дѣлитель, непрерывно уменьшаясь. Но такъ какъ, по мѣрѣ уменьшенія дѣлителя, частное увеличивается; то легко повѣтъ, что въ томъ случаѣ, если уменьшеніе простирается въ безконечность, и соответствующее увеличеніе будетъ, равнымъ образомъ, безъ границъ. Такое пониманіе связано съ идею возможныхъ въ неопредѣленномъ числѣ измѣненій количества и не имѣетъ никакого отношенія къ идеѣ сущности

конкретной и опредѣленной.  $\frac{A}{0} = \infty$  значитъ, что нуль содержится въ какомъ угодно количествѣ безконечное число разъ. Въ алгебрѣ это имѣетъ смыслъ; въ онтологіи—сказать, что ничто содержится въ извѣстной сущности безконечное количество разъ, значило бы произнести слова, лишеныя смысла.

„Равнымъ образомъ, математическая безконечность, изображаемая чрезъ  $\frac{A}{0}$ , есть предѣлъ, къ которому стремится частное, непрерывно увеличиваясь; оно есть количество, большее всякаго даннаго количества, но оно не безконечно въ смыслѣ собственномъ и абсолютномъ, потому что такое безконечное не можетъ быть количествомъ.

„Во-вторыхъ, знакъ  $\times$  (умноженіе на) обозначаетъ арифметическое дѣйствіе, которое состоитъ въ прибавленіи извѣстнаго числа разъ какого-нибудь количества къ нему самому, но никакъ не въ *твореніи сущности*. Ничтожество въ собственномъ смыслѣ, воспроизведенное безконечное число разъ, останется всегда ничтожествомъ; потому что ничто, прибавляемое къ ничто, хотя бы въ продолженіе вѣчности, остается всегда ничѣмъ.

„Смѣшивать *произведеніе* (produit) *арифметическое* и *воспроизведеніе* (productiō) *субстанции*—это значитъ играть словомъ *произведеніе* (produit), которое имѣетъ два различныхъ смысла: одинъ въ математикѣ, другой въ метафизикѣ“...

III. Разборъ и опроверженіе. Быть можетъ, съ нашей стороны является большою смѣлостью попытка защищать аббата Гратри противъ монсењера d'Hulst'a. Конечно, знаменитый профессоръ Сорбонны очень виноватъ въ томъ, что изло-

жилъ вопросъ безъ достаточныхъ подробностей; и для насъ не удивительно, что его доказательство, предложенное въ зачаточномъ видѣ, гдѣ не памѣнены даже главные пункты, вызвало возраженія d'Hulst'a: „ $A=0 \times \infty$ . Если  $A$  обозначаетъ міръ, то ясно, что онъ можетъ быть разсматриваемъ какъ произведеніе нуля на безконечность и что, слѣдовательно, Богъ, Который безконеченъ, могъ произвести міръ изъ небытія“. Но здѣсь нѣтъ доказательства. Здѣсь первое и послѣднее звено цѣпи, которой недостаетъ всѣхъ промежуточныхъ звеньевъ. Справедливо и естественно возраженіе: Богъ и алгебраическая безконечность, *произведеніе* въ смыслѣ математическомъ и *произведеніе* въ смыслѣ метафизическомъ совсѣмъ не синонимы. Между двумя первыми находится все то, что отдѣляетъ конкретное бытіе отъ абстрактнаго понятія. Между двумя другими находится все то, что отдѣляетъ пассивное состояніе основныхъ элементовъ бытія отъ активности, воздѣйствующей на эти элементы съ тѣмъ, чтобы воспроизвести его (бытіе);—все то, что отдѣляетъ кость дерева, изъ котораго слѣланъ столъ, отъ энергіи мастера, который сдѣлалъ его. Итакъ, вы ничего не доказываете.

Мы хотѣли бы, тѣмъ не менѣе, выяснитъ, какимъ образомъ, съ нашей точки зрѣнія, второе изъ приведенныхъ возраженій оказывается несостоятельнымъ, если какъ слѣдуетъ вникнуть въ суть вещей; и что цитованныя изъ Гратри строки заключаютъ въ себѣ нѣчто большее, чѣмъ игру остроумія.—Вмѣстѣ съ тѣмъ, наше собственное доказательство заранѣе освободится отъ этого упрека.

Что касается перваго возраженія, вполне законно направляемаго d'Hulst'омъ противъ недостаточно обстоятельнаго доказательства; то изъ послѣдующаго можно увидѣть, что оно не можетъ быть примѣнено къ нашимъ теоремамъ, которымъ чуждо смѣшеніе и уподобленіе безконечности математической и Существа безконечнаго и которыя, наоборотъ, восходятъ отъ одной къ Другому чрезъ цѣлый рядъ строгихъ дедукцій.

Мы говорили о деревянномъ столѣ, сдѣланномъ мастеромъ.—Матеріаль, изъ котораго сдѣланъ столъ, состоитъ, напр., изъ 20 килограммовъ дерева: столъ, въ смыслѣ математическомъ, есть *произведеніе* 1 килограмма дерева на 20.

Ну, а мастеръ—развѣ онъ ничего не произвелъ? Да, произвелъ:—потому что ранѣе его работы не было ничего, кромѣ 20 килогр. дерева; а потомъ является столъ, для котораго дерево только его матерія. Мастеръ *создалъ* форму стола; и эта послѣдняя, въ смыслѣ *метафизическомъ*, есть *произведеніе* мастера. Между этими двумя *произведеніями* (produits), правда, нѣтъ ничего общаго, кромѣ общаго словеснаго обозначенія: первое обозначаетъ результатъ соединенія, сложенія вещей, которыя уже имѣются; второе—появленіе того, что прежде не существовало. Но это только подобіе,—не болѣе.

А вотъ существо дѣла. Если мы полагаемъ, что существенный элементъ самого вещества дерева есть нуль, что 1 килогр. дерева  $= 0 \times \infty$ ; то мы имѣемъ право написать, что столъ, въ математическомъ смыслѣ, есть *произведеніе*  $20 \times (0 \times \infty)$ , или  $0 \times \infty$ , что мы можемъ выразить словесно такъ: 0 *дерева, взятый безконечное число разъ*. Но почему мы говоримъ: 0 *дерева, взятый безконечное число разъ*, если не потому, что мы сказали послѣдовательно, разлагая килограммъ дерева:

$$\begin{aligned} 1 \text{ кил. дерева} &= \frac{1}{2} \text{ кил. дерева} \times 2, \\ &= \frac{1}{4} \text{ „ „} \times 4, \\ &= \frac{1}{1000} \text{ „ „} \times 1000, \\ \text{и наконецъ:} &= \frac{1}{\infty} \text{ „} \times \infty, \\ &= 0 \text{ „ „} \times \infty, \end{aligned}$$

Но въ существѣ дѣла, хотя, по молчаливому соглашенію, часто употребляемый и понятный,—такой переводъ формулы совершенно неудовлетворителенъ.

Въ самомъ дѣлѣ: мы не усумнимся признать,—и притомъ, признать какъ по отношенію къ математикѣ, такъ и къ метафизикѣ,—что, если 0, ничто, разсматривать какъ одинъ изъ видовъ количества конкретнаго или абстрактнаго, способнаго къ умноженію; то 0, умноженный на безконечное число, всегда оставался бы нулемъ; такъ какъ ничто, прилагаемое къ ничто, хотя бы въ продолженіе вѣчности, всегда оставалось бы ничѣмъ,—по тому правилу, что арифметическое произведеніе всегда одного качества съ множимымъ,—что, складывая даже безъ конца, не измѣняютъ качественной природы вещи. Но это предположеніе вполнѣ и въ двоякомъ отношеніи лишено смысла. Съ одной стороны, сложеніе ко-



личествъ, равныхъ ничто, невозможно и безрезультатно. Съ другой стороны, ничто, 0, исключаетъ какъ всякую конкретность, такъ и всякую абстрактность. *Ничто* всегда есть *ничто*: и о немъ нельзя ни сказать, ни подуматъ ничего иного, какъ только то, что вся его сущность и всѣ его качества заключаются въ томъ, чтобы быть *ничѣмъ*. Какъ же могли бы существовать различные роды *ничто*? и какъ стали бы различать нули, дѣлая ихъ конкретными, если 0 дерева и 0 желѣза—то и другое—ничто? Можно, правда, и чрезъ сравненіе отвлечь отъ предмета отрицательное качество <sup>1)</sup>. Но отъ какого предмета, который мыслится существующимъ, можно было бы отвлечь это совершенно исключительное свойство не быть? Гдѣ такое бытіе, которое таитъ въ себѣ отрицаніе бытія? 0 не можетъ быть ни конкретнымъ, ни абстрактнымъ; ояъ только нуль. Вотъ то, что дѣлаетъ предложеніе:  $N=0 \times \infty$  *истиннымъ*. Безъ этого оно было бы чистымъ абсурдомъ; такъ какъ было бы бессмысленно утверждать—въ алгебрѣ, что нуль содержится безконечное число разъ въ какомъ нибудь количествѣ; такъ равно говорить—въ онтологіи, что ничто содержится въ какомъ либо бытіи безконечное число разъ: математическая абстрактность раздѣляла бы судьбу онтологической конкретности.

Не слѣдовало говорить: столь равенъ 0 *дерева*, *взятому безконечное число разъ*, — выраженіе, которое, еслибы оно имѣло смыслъ, не могло бы означать ничего, кромѣ нуля. Нужно было бы сказать,—такъ какъ всякое конкретное произведеніе непремѣнно имѣетъ одинъ изъ производителей конкретный (см. ниже теорему IV): столь равенъ 0, *помноженному на безконечное количество дерева* (см. теорему II bis), — математическое выраженіе *sui generis*, въ которомъ конкретное произведеніе имѣетъ производителями *нулевое* множимое и конкретный множитель.

Но такъ какъ здѣсь существенный элементъ, именно,—множимое—нулевое, которое даетъ, тѣмъ не менѣе, произведеніе

<sup>1)</sup> Большая разница между отрицаніемъ какого либо качества и между ничто, или отрицаніемъ самаго бытія. Идея *не-краснаго* не имѣетъ ничего общаго съ идеею ничто; такъ какъ *не-красное*, будучи реально существующимъ, обвиняетъ все то, что имѣетъ иной цвѣтъ, кромѣ краснаго. *Не-красное* не есть 0, но—все, имѣющее иной цвѣтъ, помимо краснаго.

не пулевое; то необходимо допустить, что это не—пулевое произведение происходит непосредственно чрезъ множитель; такъ какъ ничто не можетъ произвести что-нибудь. Отсюда, не имѣемъ ли мы права сказать, что матерія стола воспроизведена изъ ничего посредствомъ множителя; и не ясно ли, что эта матерія есть *произведение* этого конкретнаго множителя столько же въ смыслѣ метафизическомъ, сколько въ математическомъ; или лучше—что здѣсь, какъ во всѣхъ случаяхъ, когда имѣютъ дѣло съ нулемъ и безконечностью, *произведение* (какъ результатъ умноженія—*produit*) въ смыслѣ математическомъ становится тождественнымъ съ *произведениемъ* въ смыслѣ метафизическомъ; *произведение* (какъ процессъ—*production*) *арифметическое* соответствуетъ *произведению субстанции*. Что касается насъ, то мы не видимъ ни малѣйшаго различія между слѣдующими двумя фразами: „прибавляя ничто къ ничто (математическій способъ выраженія понятія: изъ ничего), я получаю столъ“, и „я произвожу субстанцію этого стола, я создаю этотъ столъ“. Здѣсь нѣтъ ни игры словъ, ни двусмысленности. Что здѣсь есть и что весьма замѣчательно, это точность, съ какою всѣ математическіе термины примѣняются къ метафизикѣ,—мы хотѣли бы сказать, полагаются (*se superposent*) на термины метафизики. Математика не говоритъ:  $T$  (*table*—столъ)  $= 0$ , ни  $T = \infty$ , но  $T = 0 \times \infty$ , т. е. нѣчто, занимающее мѣсто въ среднѣ между бытіемъ и безконечностью и происходящее непосредственно изъ этой послѣдней, не воздѣйствующей на ничто, но творящей. Это и есть именно то, о чемъ говоритъ метафизика. Наконецъ, достойно замѣчанія то, что конкретныя вещи, какъ бы онѣ ни были разнообразны, имѣютъ одно и то же происхождение въ математическомъ смыслѣ, если онѣ имѣютъ одинаковые элементы субстанции въ равныхъ количествахъ; и что подобно тому, какъ столъ, шкафъ, четыре стула могутъ быть одинаково математическими произведеніями одного килограмма дерева па 20; такъ и все существующее имѣетъ, въ послѣднемъ выводѣ, слѣдующее общее происхождение:  $0 \times \infty$  конкр.

Подобнымъ образомъ,  $N = 0 \times \infty$  слѣдовало бы прочитывать такъ: отвлеченное количество равняется нулю, *умноженному на абстрактную безконечность*; но не такъ: *безконечное число разъ взятый нуль*. Это потому, что 0 не можетъ быть

производителемъ; и какъ конкретная безконечность есть производитель для всякаго конкретного количества, такъ безконечность абстрактная является производителемъ абстрактнаго количества. Истина абстрактная, въ действительности, есть ничто иное, какъ общая формула сходныхъ между собою конкретныхъ истинъ.

Если же читающему то, что излагается далѣе, иногда будетъ казаться, будто опъ попалъ на слѣдъ двусмысленности; то мы надѣемся, что онъ, съ помощью предшествующихъ разъясненій, легко пойметъ, что эта двусмысленность кажущаяся и заключается въ словахъ, за созвучіе которыхъ мы не отвѣтственны, и пиконимъ образомъ—не въ мысли.

## ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ.

### Доказательство математическое.

Обсужденіе двухъ принципіальныхъ возраженій. Предварительныя предложенія. Теоремы.

I. **Обсужденія двухъ принципіальныхъ возраженій.** Этотъ опытъ не имѣетъ въ виду доказать бытіе Божіе при помощи искусныхъ построеній высшаго математическаго анализа. Совершенно наоборотъ: использовано лишь то, что въ точныхъ наукахъ есть наиболѣе элементарнаго. Но здѣсь устанавливаются не однѣ лишь *аналогіи*, а имѣется въ виду дать *доказательство* въ строгомъ смыслѣ—при помощи ряда теоремъ, выводимыхъ одна за другою.

Нельзя было бы идти впередъ иначе, какъ, соотвѣтственно сказанному во введеніи, пачавъ съ самаго начала—съ понятія *безконечнаго* въ нашемъ разсужденіи, каковое разсужденіе представляетъ ничто иное, какъ предложеніе, требующее доказательства (*une pétition de principe*).—Разумъ допускаетъ, какъ возможное, безконечность и конкретную и абстрактную: предположеніе существованія безконечнаго Бога не заключаетъ въ себѣ ничего абсурднаго; это фактъ, повторяемъ мы. Кромѣ того, и невозможно представить существо *первоначальное* (*irréductible*) безъ того, чтобы оно существовало. Въ отношеніи простыхъ сущностей (*des êtres irréductibles*) можно представлять только отношенія, группировки, воображаемыя сочетанія между ними. Если, напр., у меня есть

представленіе о фантастическомъ животномъ, то тѣло этого воображаемаго животного въ моемъ умѣ слагается изъ лапъ, когтей, роговъ, головъ, изъ разнаго рода членовъ, соединеніе которыхъ, конечно, странно и вымысленно; но которые порознь существуютъ въ дѣйствительности въ той или другой породѣ <sup>1)</sup>. А разъ представима, какъ нѣчто возможное, безконечность и конкретная и абстрактная, то достаточно доказать невыводимость (*irréductibilité*) этого возможнаго безконечнаго для того, чтобы тѣмъ самымъ доказать его реальность. Но будучи далеки отъ того, чтобы съ начала нашего доказательства вводить а priori бытіе конкретнаго безконечнаго, мы не вводимъ даже его возможности, что сдѣлать мы были бы въ правѣ, — довольствуясь однимъ лишь понятіемъ безконечнаго абстрактнаго. Мы здѣсь не превышаемъ нашихъ правъ въ логикѣ, а остаемся въ ея границахъ; и особенно, когда доказываемъ ясно первоначальность (*irréductibilité*) Существа безконечнаго и Его реальность.

Другое возраженіе, сдѣланное намъ, состоитъ въ слѣдующемъ: математическая безконечность не представляетъ собою ни количество, ни величину; слѣдовательно, къ ней нельзя примѣнять дѣйствій и разсужденій, примѣнимыхъ къ числамъ или къ величинамъ.

Мы полагаемъ, однако, что подобное примѣненіе законно. Безконечное, правда, не есть ни количество, ни величина, — по крайней мѣрѣ, ни количество, ни величина *конечныя*, — пусть будутъ они *неопредѣленными*. Но почему бы, а priori, не быть допустимымъ такому примѣненію, если особенно результаты, къ которымъ оно ведетъ, точны и непротиворѣчивы? Эти результаты, очевидно, будутъ отличаться отъ результатовъ, обычно получаемыхъ, такъ какъ они будутъ

---

<sup>1)</sup> J. de Maistre разсуждалъ точно также: „невозможно имѣть идею того, что не существуетъ. Въ самомъ дѣлѣ: можетъ ли человекъ представить себѣ, а живопись можетъ ли воспроизвести для его зрѣнія такую вещь, которая не существуетъ? Нѣктошная фантазія Рафаэля могла заполнить его знаменитую галерею фантастическими комбинаціями (*assemblages*). Но всякая часть въ отдѣльности существуетъ въ природѣ. То же самое и въ мірѣ духовномъ: человекъ можетъ представить только то, что существуетъ; такъ атенеть для того, чтобы отрицать Бога, предпологаетъ Его существующимъ“... (*Soirées de Saint-Petersbourg. — 8-e Entretien*). V. t. second. Bruxelles, 1838. Pp. 87—88.

получаться не при разсужденіи о числѣ или величинѣ обыкновенныхъ. Но не здѣсь ли и заключается доказательство того, что безконечность различается существеннымъ образомъ, по своей природѣ и своимъ свойствамъ, отъ другихъ количествъ или величинъ?

Притомъ, развѣ 0, по своей природѣ, не столько же, какъ и  $\infty$ , отличается отъ всякаго числа или величины? И хотя понятіе о нулѣ несомвѣстимо съ понятіемъ о числѣ или величинѣ, не употребляютъ ли его, въ разсужденіяхъ и дѣйствіяхъ математическихъ такъ, какъ бы онъ былъ тѣмъ или другимъ? И самая безконечность не понимается ли часто подобнымъ же образомъ? Напримѣръ,—чтобы не выходить за предѣлы элементарной математики,—не прилагаютъ ли къ ней, въ ученіи о прогрессіяхъ, дѣйствій, примѣнимыхъ къ числамъ, какъ мы уже показали это (стр. 404).—Въ геометріи—кривая линія, кругъ различаются также по своей природѣ отъ прямой линіи, отъ многоугольника. Однако, не приходятъ ли къ тому заключенію, что всякое свойство правильнаго многоульника, правильной пирамиды, прямой призмы... независимо отъ числа и величины сторонъ и граней, распространяется на кругъ, на прямые конусъ или цилиндръ, имѣющіе въ основаніи кругъ...?—Периметръ правильнаго вписаннаго многоугольника не можетъ сравняться (atteindre) съ окружностью такъ же, какъ число (конечное) съ безконечностью. Однако, принято, что отношеніе окружности къ діаметру постоянно и что площадь круга равна  $\pi R^2$ , при томъ предположеніи, что это—дѣйствительно безъ всякаго ограниченія и какъ мы говорили, *обходя* то существенное различіе, которое для насъ непостижимо.— Не встрѣчаются ли доказательства этого рода? Такая то величина постоянна, каковы бы ни были измѣненія другой; и когда эта послѣдняя достигаетъ такого то предѣла, первая, несмотря на то, остается постоянною. Слѣдовательно...

Еще разъ, подвергается ли сомнѣнію точность получаемыхъ такимъ образомъ рѣшеній и отвергается ли цѣнность подобнаго приема?

Наконецъ, мы считаемъ необходимымъ напомнить читателю,—и мы настаиваемъ на этомъ пунктѣ,—что когда, для удобства выраженія, мы часто говоримъ въ дальнѣйшемъ изложеніи: *содержитъ 0 безконечное число разъ, представля-*

ствъ произведеніе или образовалось изъ 0, взятаго безконечное число разъ; то не слѣдуетъ обвинять насъ за эти выраженія, несовершенство которыхъ мы выше указали и выяснили.

## II. Предварительныя предложенія.

**Предложеніе I.** *Правило, по которому можно измѣнять порядокъ производителей, не измѣняя произведенія, непримѣнимо въ томъ случаѣ, когда производителями являются нуль и безконечность.*

Мы утверждаемъ, что  $0 \times \infty$  отличается отъ  $\infty \times 0$ .—Нѣтъ нужды представлять это предложеніе въ видѣ доказательства въ строгомъ смыслѣ, которое было бы довольно сложнымъ; и мы надѣемся, что оно безъ возраженій будетъ принято послѣ слѣдующаго разъясненія.

Извѣстно, что 0 разъ взятая безконечность необходимо равна нулю. Написать:  $\infty \times 0 = ?$  все равно, что написать: предпологая, что вѣтъ не одной безконечности, сколько будемъ имѣть безконечностей? Огвѣтъ ясенъ. Съ другой стороны, какъ вытекаетъ изъ теоремы I, *которая не опирается на настоящее предложеніе* <sup>1)</sup>, безконечное число разъ взятый нуль или—выражаясь точнѣе—нуль, помноженный на безконечность  $0 \times \infty$ , не равняется нулю. Следовательно,  $0 \times \infty$  отличается отъ  $\infty \times 0$ . *Слѣдствіе.* Итакъ, мы будемъ всегда тщательно отличать безконечное число разъ взятый нуль ( $0 \times \infty$ ) отъ безконечности, взятой нуль разъ ( $\infty \times 0$ ).

**Предложеніе II.** *Выраженія: сколько разъ x содержитъ y? каково отношеніе x къ y?  $\left(\frac{x}{y}\right)$  и: если раздѣлить x на y частей (x:y), то сколько будетъ въ каждой части?—не си-*

<sup>1)</sup> Существенно важно обратить на это вниманіе для того, чтобы намъ не повторяли уверга, который былъ уже намъ безосновательно предъявленъ,—именно, что предварительныя предложенія I и II и теоремы I и II представляютъ кругъ въ доказательствахъ (un cercle non démonstratif). Предварительныя предложенія имѣютъ въ своемъ основаніи теорему I, во эта послѣдняя никомъ образомъ не основывается на нихъ: следовательно, здѣсь вѣтъ порочнаго круга.—Предварительныя предложенія I и II могли бы быть помѣщены, ничего не теряя, послѣ теоремъ I и II; но въ такомъ случаѣ, они разорвали бы логическую связь теоремъ; вотъ почему мы и признали за необходимое помѣстить ихъ отдѣльно, видъ доказательства въ собственномъ смыслѣ.

*ноннимичны: во-первыхъ, когда  $x$  недѣлимъ <sup>1)</sup>; во-вторыхъ, когда  $y$  равенъ нулю.*

1. Въ самомъ дѣлѣ: въ такомъ случаѣ, предложеніе  $x : y$  невозможно,—такъ же невозможно, какъ предложеніе:  $2 \times 2 = 5$ . Отысканіе части недѣлимаго  $x$ , раздѣленнаго на  $y$  частей, можетъ привести только къ нелѣпому выводу.

Съ другой стороны, для разума понятно, что  $x$ , оставаясь недѣлимымъ, можетъ, содержать  $y$  нѣкоторое количество разъ,—приблизительно такъ же, какъ число 13, напр., содержитъ 6 два раза. Во всякомъ случаѣ, когда  $x$  равенъ  $y$ ,  $x$  содержитъ  $y$ ; очевидно, одинъ разъ, какъ 13 содержитъ 13.

Но когда  $x$  недѣлимъ,  $x : y$  и  $\frac{x}{y}$  не суть выраженія равнозначая. Первое, дѣйствительно, во всѣхъ случаяхъ, приводитъ къ неизбѣжно нелѣпому результату; второе, наоборотъ, ведетъ, къ результату, безусловно имѣющему смыслъ,—по меньшей мѣрѣ, въ одномъ случаѣ.

*Слѣдствіе.* Мы будемъ тщательно отмѣчать это различіе всякій разъ, какъ будемъ встрѣчаться съ выраженіями, въ которыхъ 0 или  $\infty$  будутъ фигурировать въ качествѣ дѣлимыхъ. Въ дѣйствительности 0, будучи ничѣмъ, очевидно, не дѣлимъ. Не зная, далѣе, *a priori*, дѣлима или недѣлима безконечность, мы находясь въ нерѣшительности,—чтобы совсѣмъ не подвергать себя риску впасть въ ошибку, вынуждены и по отношенію къ ней примѣнить тотъ же способъ разъясненія. Это, впрочемъ, нисколько не повредитъ нашимъ разсужденіямъ въ томъ случаѣ, если бы мы нашли, что безконечность дѣлима.

2.  $x : 0$  отличается отъ  $\frac{x}{0}$ . Въ самомъ дѣлѣ:  $x : 0$  предположеніе нелѣпое: раздѣлить что-нибудь на 0 частей не имѣетъ никакого смысла. Наоборотъ, какъ мы видѣли, *не опираясь на настоящее предложеніе*, есть смыслъ задать вопросъ, сколько разъ  $x$  можетъ содержать въ себѣ 0, какое отношеніе  $x$  къ 0  $\left(\frac{x}{0}\right)$ .

<sup>1)</sup> Подъ опредѣленіемъ *недѣлимый* мы разумѣемъ невозможность дѣленія на произвольное количество какихъ-либо частей. Впослѣдствіи выяснится, что мы имѣемъ въ виду именно не иное что, какъ 0 и  $\infty$ , единственные недѣлимые въ математикѣ.

Итакъ, мы всегда будемъ тщательно отмѣчать и это различіе.

### III. Теоремы.

**Теорема I.** *Отвлеченная единица имѣетъ неприводимыми корнями (pour racines irréductibles) нуль и бесконечность.*

Вполнѣ очевидно, что, когда дѣлать единицу на число все увеличивающееся, получаютъ въ частномъ все меньшее число; и чѣмъ болѣе дѣлитель будетъ возрастать и приближаться къ  $\infty$ , тѣмъ болѣе будетъ уменьшаться частное, приближаясь къ нулю.

|           |  |
|-----------|--|
| Дѣлимое:  | 1  |
| дѣлители: | 1, 2, 3, 4, 5,... 1000, 10,000,... $\infty$ .      |
| частныя:  | 1; 0,50; 0,3...; 0,25; 0,2;... 0,001; 0,0001... 0. |

Всякій дѣлитель, даже *неопредѣленно* большой, дастъ не иное частное, какъ *неопредѣленно* малое, опять способное быть дѣлимымъ. Но если бы возможно было исчерпать рядъ дѣлителей до конца, соответствующій рядъ частныхъ также неизбѣжно оказался бы исчерпаннымъ. Отсюда возникаетъ необходимость—для того, чтобы получить наименьшее частное, какое только можно представить, т. е. *бесконечно* малое, 0,—взять наибольшій воображаемый дѣлитель, т. е. *бесконечно* большой,  $\infty$ ; и вотъ строго точное положеніе, что если дѣлать единицу на предѣльный дѣлитель  $\infty$ , то получаютъ предѣльное частное 0. Такимъ образомъ, въ послѣднемъ выводѣ, единица слагается изъ бесконечнаго числа равныхъ нулю дробей, или—лучше, есть произведеніе нуля на бесконечность.

**Королларій.** *Всякое отвлеченное число—N, т. е. всякое конечное абстрактное количество имѣетъ въ качествѣ неприводимыхъ корней нуль и бесконечность.*

Въ самомъ дѣлѣ: только что сказанное относительно единицы—1 всецѣло приложимо къ какому угодно числу, которое можетъ быть рассматриваемо какъ нѣкоторая единица. Когда будетъ исчерпанъ рядъ дѣлителей, соответствующій рядъ частныхъ будетъ также исчерпанъ, и въ послѣднемъ выводѣ это число окажется составленнымъ изъ бесконечнаго количества дробей, равныхъ нулю.



$\frac{N}{\infty} = 0$  (1), такимъ образомъ, представляетъ безспорную математическую истину, равно какъ и слѣдующія выраженія, изъ нея вытекающія:  $N = 0 \times \infty$  (2);  $\frac{N}{0} = \infty$  (3) <sup>1)</sup>. Эти три равенства выражаютъ, впрочемъ, тождественныя истины:  $N$  разлагается на безконечное число частей, равныхъ нулю (1),  $N$  равняется безконечному числу нулей (2),  $N$  содержитъ нуль безконечное число разъ (3). Это различныя формы слѣдующаго, болѣе точнаго, выраженія:  $N$  есть результатъ умноженія нуля на безконечность.

*Замѣчаніе.* Наша теорема приводится къ основанію, данному Лейбницемъ для интегральнаго счисленія; всякая величина можетъ быть представляема раздѣленною на большее всякаго даннаго число частей, меньшихъ всякой определенной величины; что выражается еще въ слѣдующей формулѣ: всякая величина можетъ быть разсматриваема какъ предѣлъ для безгранично (indéfiniment) возрастающаго количества величинъ безгранично убывающихъ. Существенно необходимо замѣтить должнымъ образомъ, что эта теорема представляетъ основаніе (l'assise) для всего послѣдующаго разсужденія; что формулы, которыя ее кратко выражаютъ, равно какъ тѣ, которыя будутъ введены впослѣдствіи, несмотря на часто встрѣчающееся сходство по формѣ, не имѣютъ абсолютно никакого отношенія къ такимъ алгебраическимъ обозначеніямъ, каковы:  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{N}{0}$ ,  $\frac{0}{\infty}$ ,  $\frac{0}{\infty}$  и т. д. Эти послѣднія суть ничто иное, какъ символы неопредѣленности, невозможности... уравненія, виды условныхъ знаковъ, предназначенныхъ для замѣны описательныхъ выраженій, и не имѣютъ ничего общаго съ нашими равенствами; мы исходимъ отнюдь не изъ алгебраическихъ обозначеній. Мы надѣемся, что читателю это ясно. Съ такимъ упрекомъ, дѣйствительно, къ намъ обращались съ разныхъ сторонъ, при первомъ взглядѣ; но подумавъ, брали свои слова обратно.

1) Слѣдуетъ замѣтить, что, въ силу предложенія I, нельзя изъ  $\frac{N}{0} = \infty$  вывести  $N = \infty \times 0$ , потому что  $\frac{N}{0} = \infty$  представляетъ выводъ изъ  $N = 0 \times \infty$  — выраженія, отличающагося отъ  $N = \infty \times 0$ , которое неизбѣжно равнялось бы нулю.

**Теорема II.** *Всякая определенная конкретная единица имѣетъ въ качествѣ неприводимыхъ корней нуль и безконечность, — иначе говоря: всякая определенная конкретная единица и, следовательно, всякая вещь, какова бы она ни была <sup>1)</sup>, образуется изъ безконечнаго числа разъ взятаго ничто.*

То, что справедливо по отношенію къ числамъ отвлеченнымъ, справедливо и по отношенію къ числамъ конкретнымъ. Возьмемъ яблоко, Р (rotme). Мы будемъ имѣть:

$$(1) \frac{P}{\infty} = 0 \text{ и } (2) P = 0 \times \infty.$$

И въ самомъ дѣлѣ: чтобы найти далѣе неразложимые элементы яблока—Р, мы не можемъ предпринять ничего иного, какъ дѣлить Р безъ конца (indéfiniment) до тѣхъ поръ, пока получимъ недѣлимую частичку. Но эта частичка яблока, недѣлимый атомъ, по предшествующей теоремѣ, получится лишь путемъ дѣленія этого яблока *безконечное число* разъ, въ каковомъ случаѣ оно оказалось бы раздѣленнымъ на *безконечное число* частей, равныхъ нулю вещества яблока. И не только равныхъ нулю вещества яблока, но нулю въ абсолютномъ смыслѣ, равныхъ ничто. Это потому, что нуль принадлежитъ ко всякому *роду*, или скорѣе — не принадлежитъ ни къ какому *роду*, такъ какъ онъ ничто; онъ не могъ бы сдѣлаться конкретнымъ, если бы онъ опредѣлялся всецѣло самъ собою. Въ нулѣ такъ же, какъ и въ безконечности, всѣ вещи смѣшаны, и нѣтъ болѣе разнородности.

Итакъ, яблоко и, вслѣдствіе удобопримѣнимости того же разсужденія ко всякой определенной конкретной единицѣ, всякая вещь, какова бы она ни была, въ послѣднемъ выводѣ, образовались изъ ничто, взятаго безконечно число разъ.<sup>2)</sup>

**Королларій.** *Всякое конечное конкретное количество образуется изъ ничто, взятаго безконечное число разъ.*

• **Возраженія.** Намъ ставили на видъ, что нѣтъ основанія

<sup>1)</sup> При томъ условіи, разумѣется, чтобы она была матеріальна и, следовательно, математически измѣрима и дѣлима.

<sup>2)</sup> Нѣсколько далѣе будетъ показано, какую другую окончательную форму должно принять здѣсь изложенное.

въ области математики дѣлать заключеніе отъ абстрактнаго къ конкретному. Но по нашему мнѣнію, нашъ разумъ рѣшительно отказывается допустить, чтобы какое-либо математическое положеніе могло быть истинно по отношенію къ абстрактному и ложно по отношенію къ конкретному—въ виду того, что абстрактная истина есть ни что иное, какъ общая формула опредѣленнаго количества конкретных истинъ, сходныхъ между собою. Никогда не было доказано на дѣлѣ, чтобы  $2+2$  составляли 4; но всѣ убѣждены въ томъ, что  $2+2$  составляютъ 4; потому что доказано на примѣрахъ, что 2 вещи + 2 вещи всегда составляютъ 4 вещи, каковы бы онѣ ни были.

Но—возражаютъ—если вы можете сказать, что 2 яблока + 2 яблока составляютъ 4 яблока; то не можете сказать, что 3 яблока plus 2 половины яблока составляютъ 4 яблока; такъ какъ они остаются тремя яблоками и двумя половинами яблока; а это не одно и то же.—Намъ кажется, что на это легко отвѣтить.

Можно складывать только однородные предметы, т. е.—теоретически—равные другъ другу. Но въ дѣйствительности нѣтъ двухъ вещей, которыя были бы равны; существуютъ лишь вещи, имѣющія одно или нѣсколько *общихъ свойствъ*. Но когда хотятъ совокупить эти вещи въ одно, тогда не принимаютъ въ расчетъ то, вслѣдствіе чего онѣ неодинаковы, т. е. тѣ ихъ свойства, которыя у нихъ не общи,—чтобы имѣть въ виду только то, что обусловливаетъ ихъ равенство, т. е. общія ихъ свойства, совокупность которыхъ составить тогда *единицу* въ теоретическомъ смыслѣ. И эта единица измѣняется соотвѣтственно тому, съ какой, въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ, точки зрѣнія ее разсматриваютъ. Такъ, мы можемъ взять за единицу: яблоко, яблоко красное, красное яблоко такой-то величины, красное яблоко известной величины и опредѣленнаго сорта (provenance)... Итакъ, мы имѣемъ право сказать, что 3 яблока + 2 половины яблока составляютъ четыре яблока въ виду того, что эти половины теоретически равны между собою, какъ половины единицы—яблока. Мы имѣемъ на это совершенно такое же право, какъ право сказать, что  $3 + \frac{2}{2} = 4$ . Если же, наоборотъ, мы подчеркнемъ какъ особое свойство яблока его *цѣлость*, неразрѣ-

эанность; тогда мы, очевидно, не можемъ сказать, что 3 яблока + 2 полъяблока равны 4 цѣлымъ яблокамъ; равно какъ, впрочемъ, при томъ же условіи, мы не могли бы сказать, что  $3 + \frac{2}{2} = 4$ . Это значило бы складывать единицы, не принадлежащія къ одному роду.

**Теорема III.** *Отношеніе безконечности ко всякому числу равно отношенію всякаго числа къ нулю. Другими словами, безконечность содержитъ безконечное количество разъ всякое число, равно какъ всякое число содержитъ безконечное число разъ нуль.*

Возьмемъ (1)  $\frac{N}{\infty} = 0$ . Раздѣлимъ на N обѣ части равенства,—получится:  $\frac{1}{\infty} = \frac{0}{N}$  (4), но (1)  $\frac{1}{\infty} = 0$ . Итакъ,  $0 = \frac{0}{N}$ , что и само по себѣ очевидно; а двѣ дроби  $\frac{N}{\infty}$  и  $\frac{0}{N}$ , обѣ равныя нулю, равны между собою. Перемѣщая члены, получимъ, слѣдовательно:  $\frac{\infty}{N} = \frac{N}{0}$ . Но (3)  $\frac{N}{0} = \infty$ . Итакъ,  $\frac{\infty}{N} = \frac{N}{0} = \infty$  (5), что требовалось доказать.

**Теорема IV.** *Произведеніе не нулевое ( $0 \times \infty$ ) двухъ производителей 0 и  $\infty$  абстрактно или конкретно, въ зависимости отъ того, абстрактенъ или конкретенъ производитель  $\infty$ .*

Въ самомъ дѣлѣ: во-первыхъ, произведеніе абстрактное необходимо имѣть оба производителя не—конкретныхъ; во-вторыхъ, конкретное произведеніе необходимо имѣть одного конкретного производителя. Но нуль—и только нуль—ни абстрактенъ, ни конкретенъ (теорема II). Слѣдовательно, произведеніе  $0 \times \infty$  абстрактно или конкретно, смотря по тому, абстрактенъ или конкретенъ производитель  $\infty$ . Такимъ образомъ,  $0 \times \infty$  абстр. = всякому конечному числу (теорема I);  $0 \times \infty$  конкр. = всякой конечной вещи (теорема II).

Изъ этого послѣдняго равенства вытекаетъ, что теорема II должна быть выражена въ слѣдующей формѣ:

**Теорема II (bis).** *Всякая конечная вещь, какова бы она ни была, есть произведеніе ничто на конкретную безконечность, т. е. она произведена изъ ничего Существомъ безконечнымъ.— Это—догматъ творенія.*

*Замѣчаніе.* Въ строгомъ смыслѣ, яблоко должно быть равно

нулю, помноженному на безконечность яблока; килограммъ дерева равнялся бы нулю  $\times$  на безконечность дерева: математическая точность требовала бы, прежде всего, по теоремѣ IV, существованія столькихъ же конкретныхъ безконечностей, сколько есть различныхъ конкретныхъ сущностей. Но оговоримся не медля, чтобы не быть обвиненными въ пантеизмѣ: „безконечность яблока“, „безконечность дерева“ и пр. суть Само единое Существо безконечное, такъ какъ (см. далѣе теорему III bis) конкретная безконечность содержитъ безконечное число разъ всякую конечную вещь,—слѣдовательно, безконечное число разъ—субстанцію яблока, субстанцію дерева. Отсюда самыя разнообразныя конкретныя вещи могутъ происходить отъ Того безконечнаго Существа, Которое содержитъ ихъ въ Своемъ *могуществѣ*: нуль, помноженный на безконечность яблока, обозначаетъ нуль, умноженный безконечнымъ Существомъ, *желающимъ* сотворить яблоко; конкретность сотвореннаго продукта зависитъ единственно отъ намѣренія творческой воли.—Однимъ словомъ, безконечность исчерпываетъ всѣ *виды*, не заключаясь ни въ одномъ, или—выражаясь болѣе научно—разнородныя вещи однородны въ безконечномъ.

Изъ теоремы II bis дѣлаются слѣдующіе выводы:

I. Воздѣйствіе Существа безконечнаго на небытіе имѣть своимъ результатомъ преобразование, согласно съ Его волею, этого небытія во всякую возможную сущность. Итакъ, *Существо безконечное всемогуще*: для Него не было бы труднѣе создать въ теченіе одной секунды единственно для наслажденія одного человѣка миллиардъ міровъ, чѣмъ создать одно хлѣбное зерно <sup>1)</sup>.

II. Математическія истины вѣрны, независимо отъ про-

<sup>1)</sup> Sache que Dieu pourrait donner toutes ces gloires  
 A ce vil ver de terre immonde et chassieux,  
 Sans étonner un seul archange dans les cieux!  
 Et sache aussi que Dieu donnerait à cet être  
 Ce que dans tous les lieux l'éternité voit naître.  
 Tous les astres qu'on voit, tous ceux qu'on ne voit pas,  
 Tous ce qui tourbillonne au souffle du trépas,  
 Et les mille flambeaux tremblant sur le grand voile,  
 Sans que l'Infini fût amoindri d'une étoile,  
 Et qu'ayant tout donné, Dieu n'aurait rien de moins.

*Victor Hugo, „Dieu“.*

странства и времени. Слѣдовательно, во всякое мгновение своего существованія конечная вещь представляетъ результатъ воздѣйствія Существа безконечнаго на небытіе, т. е. творческая дѣятельность Существа безконечнаго, по отношенію къ Его творенію, продолжается въ дѣятельности промыслительной—въ той мѣрѣ и такъ, въ какой и какъ Ему угодно.

III. Существо безконечное одно имѣетъ полноту бытія. Существованіе всякаго конечнаго бытія, въ сущности, есть ничто иное, какъ рядъ послѣдовательныхъ существованій, равныхъ по продолжительности нулю и происходящихъ въ каждое мгновение отъ Существа безконечнаго. Равнымъ образомъ, такъ какъ абстрактныя математическія истины примѣнимы къ области конкретнаго, мы можемъ выразить теорему III въ слѣдующей формѣ:

**Теорема III (bis).** *Отношеніе конкретной безконечности ко всякой конечной вещи равно отношенію всякой конечной вещи къ ничто. Другими словами: Существо безконечнѣе содержитъ <sup>1)</sup> безконечное число разъ всякую конечную вещь, какъ всякая конечная вещь содержитъ ничто безконечное число разъ.*

Отсюда слѣдуютъ выводы:

I. Безконечное не можетъ произойти изъ конечнаго, какому бы расширенію или видоизмѣненію ни представляли подвергающимся это послѣднее. Тѣмъ болѣе не можетъ оно произойти изъ ничего. Итакъ, оно происходитъ изъ самого себя, оно—причина самого себя (*est son propre principe*) и не могло бы превратиться въ конечное или въ ничто, отъ которыхъ оно отличается.

II. Безконечное необъятно, неизмѣримо, такъ какъ оно содержитъ безконечное число разъ всякую мѣру, какую бы мы ни попытались примѣнить къ нему, кромѣ него самого. Слѣдовательно, *a fortiori*, оно недѣлимо.

**Теорема V.** *Существуетъ, по крайней мѣрѣ, одно безконечное конкретное, или Существо безконечное.*

Въ самомъ дѣлѣ: достовѣрно то, что существуютъ конкретныя вещи, твари <sup>2)</sup> Если допустить, что эти твари или

<sup>1)</sup> Само собою разумѣется, въ Своемъ могуществѣ. Пусть насъ не обвиняютъ въ пантеизмѣ!

<sup>2)</sup> Этотъ трудъ не имѣетъ назначенія выступать противъ абсолютнаго

нѣкоторыя изъ этихъ тварей безконечны, то наша теорема доказана. Если, наоборотъ, допустить, что всѣ онѣ конечны, то каждая изъ нихъ, согласно съ теоремами IV и II, имѣеть своею первопричиною конкретную безконечность. Такимъ образомъ, есть, по крайней мѣрѣ, одно Существо безконечное.

*Замѣчаніе.* Такъ какъ абстрактныя математическія положенія примѣнимы къ области конкретнаго, то мы будемъ въ дальнѣйшемъ изложеніи разумѣть подъ сокращеніями  $\infty$  и  $N$  безконечное и конечное какъ абстрактныя, такъ и конкретныя.

**Теорема VI.** *Безконечное постоянно и неизмѣнно, какой бы элементъ ни задумали приложить къ нему съ тѣмъ, чтобы видоизмѣнить его.*

Всѣ элементы вариаций, какіе мы могли бы представить себѣ прилагаемыми къ безконечному, суть: конечное— $N$ , ничто— $0$  и само безконечное— $\infty$ , а затѣмъ—всѣ возможныя комбинаціи этихъ элементовъ.

Но нетрудно убѣдиться въ томъ, что эти комбинаціи, т. е.  $N$ ,  $0$ ,  $\infty$ , не дадутъ другихъ результатовъ, кромѣ  $\infty$ ; поэтому намъ нѣтъ нужды заниматься ими.

1. *Сочетаніе съ  $N$ .* Требуется опредѣлить, что будетъ съ  $\infty$  при слѣдующихъ предположеніяхъ:  $\infty + N$ ,  $\infty \times N$ ,  $\frac{\infty}{N}$  и  $\infty : N$ <sup>1)</sup>.

Возьмемъ (5)  $\frac{\infty}{N} = \frac{N}{0} = \infty$ . Отсюда выводимъ:  $\frac{\infty + N}{N} = \frac{N + 0}{0} = \frac{N}{0}$ ; а изъ этого равенства, по умноженіи обѣихъ его частей

на  $N$ , будемъ имѣть:  $\infty + N = \frac{N^2}{0}$ ; но (3)  $\frac{N^2}{0} = \infty$ :

Итакъ,  $\infty + N = \infty$  (6).

*скептицизма.* Впрочемъ, эта, съ позволенія сказать, система не существуетъ и не можетъ существовать; такъ какъ, если она захочетъ опредѣлить себя, она должна утверждать,—слѣдовательно, противорѣчать себѣ.

1) Не было надобности подвергать обсужденію предположенія:  $\frac{\infty}{N}$ ,  $\frac{\infty}{0}$

$\frac{\infty}{\infty}$ , въ которыхъ  $\infty$  остается недѣлимымъ, согласно съ предположеніемъ II. Но мы хотѣли показать неизмѣнность  $\infty$ , подвергающейся всякаго рода алгебраическимъ дѣйствіямъ.

Изъ (5) мы выводимъ еще:  $\infty \times N = \infty$  (7), что мы уже доказали (теоремы III и III bis), и  $\frac{\infty}{N} = \infty$  (8). Впрочемъ, намъ уже было извѣстно, что это послѣднее предположеніе  $\frac{\infty}{N}$  не можетъ видоизмѣнить  $\infty$ , такъ какъ безконечность недѣлима. (Предложеніе II, теоремы III и III bis, королларій II). Наконецъ, предположеніе  $\infty : N$  невозможно (предложеніе II), по той же причинѣ.

*Такимъ образомъ, безконечное не можетъ подвергнуться какому-либо измѣненію путемъ какого угодно воздѣйствія на него конечнаго.*

2) Сочетаніе съ 0. Предположенія:  $\infty \pm 0$ ,  $\infty \times 0$ ,  $\frac{\infty}{0}$  и  $\infty : 0$ .

Но очевидно, что  $\infty \pm 0 = \infty$ .  $\infty \times 0 = \infty$ . Въ самомъ дѣлѣ: (7)  $\infty \times N = \infty$ ; но такъ какъ  $\infty \times N$  величина постоянная, какъ бы ни было мало  $N$ , то необходимо допустить, что если  $N$  достигло бы предѣла 0, результатъ остался бы тотъ же. Итакъ,  $\infty \times 0 = \infty$ .

$\frac{\infty}{0}$  не могло бы измѣнить недѣлимое  $\infty$  (см. 1<sup>о</sup>). Впрочемъ, путемъ того же разсужденія изъ (8):  $\frac{\infty}{N} = \infty$  выводится:  $\frac{\infty}{0} = \infty$ .

$\infty : 0$ , наконецъ, — предположеніе вдвойнѣ невозможное. (Предложеніе II, 1<sup>о</sup> и 2<sup>о</sup>).

*Такимъ образомъ, безконечное не можетъ подвергнуться измѣненію чрезъ какое угодно воздѣйствіе ничто.* Это было, впрочемъ, очевидно *a priori*, такъ какъ ничто не существуетъ.

3) Сочетаніе съ  $\infty$ . Предположенія:  $\infty \pm \infty$ ,  $\infty \times \infty$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$  и  $\infty : \infty$ . Но мы имѣемъ:  $\infty \pm \infty = \infty$ . Въ самомъ дѣлѣ (6):  $\infty \pm N = \infty$ . Но такъ какъ  $\infty \pm N$  величина постоянная, какъ бы ни было велико  $N$ ; то слѣдуетъ, конечно, допустить, что, если бы  $N$  достигло предѣла  $\infty$ , результатъ оставался бы тотъ же самый. Итакъ,  $\infty \pm \infty = \infty$  1).

1) См. въ теоремѣ VII, какъ слѣдуетъ разсуждать о предположеніяхъ  $\infty \times 0$  и  $\infty - \infty$ .



$\infty \times \infty = \infty$ , на основаніи того же разсужденія, такъ какъ (7)  $\infty \times N = \infty \cdot \frac{\infty}{\infty} = \infty$  (9), такъ какъ (8)  $\frac{\infty}{N} = \infty$  1).  $\infty : \infty$ , наконецъ, предположеніе нелѣпное, такъ какъ  $\infty$  недѣлимо.

Такимъ образомъ, безконечное не можетъ быть модифицировано и чрезъ какое угодно воздѣйствіе безконечнаго.

Итакъ, безконечное неизмѣнно въ абсолютномъ смыслѣ; оно не можетъ даже измѣнить само себя: мы могли бы знать объ этомъ изъ другихъ источниковъ, но сдѣлали попытку доказать это алгебраически.

**Теорема VII.** *Безконечное не только существуетъ (теорема V), но даже невозможно представить его несуществованія.*

Дѣйствительно, гипотезу несуществованія безконечнаго можно предложить только двумя способами:  $\infty - \infty = 0$  и 0 разъ  $\infty = 0$ . Но мы доказали, что выраженія:  $\infty - \infty$  и  $\infty \times 0$  даютъ въ результатъ  $\infty$  (теорема VI, 3<sup>o</sup> и 2<sup>o</sup>). Сопоставляя эти равенства, мы получили бы:  $0 = \infty$ , что представляетъ очевидную нелѣпность,—уже ранѣе доказанную (теоремы III и III bis, королларій I). Итакъ, гипотеза ( $\infty - \infty$ ,  $\infty \times 0$ ), ведущая къ нелѣпному результату, и сама не имѣетъ смысла въ той же мѣрѣ, какъ предположеніе, что  $2 + 2 = 5$ . Итакъ, безконечное не могло бы не существовать.

**Королларій.** Безконечное не могло бы не существовать. Но такъ какъ математическія положенія истинны внѣ границъ пространства и времени, то *Безконечное—вѣчно*. И понятво, что Богъ не могъ создать Самъ Себя.

1) При примѣненіи этого разсужденія къ формулѣ (1)  $\frac{N}{\infty} = 0$ , можетъ показаться, что отсюда вытекаетъ слѣдующій абсурдъ:  $\frac{\infty}{\infty} = 0$ , который ниспровергалъ бы наши выводы. Но ничего подобнаго вѣтъ. Въ самомъ дѣлѣ: допуская, что N достигнетъ предѣла  $\infty$ , вводятъ въ формулу (1) дѣлимое, которому дѣлимость не свойственна. Отсюда  $\frac{\infty}{\infty}$ : отличается отъ  $\infty : \infty$ .  $\infty : \infty$ —предположеніе невозможное, которое даетъ въ результатъ нелѣпность:  $\infty : \infty = 0$ , тогда какъ  $\frac{\infty}{\infty}$ : неизбежно даетъ въ частномъ единичу (предложеніе II, 1<sup>o</sup>).—Далѣе мы объяснимъ выраженіе  $\frac{\infty}{\infty} = 1$ , получаемое изъ двухъ равенствъ:  $\frac{\infty}{\infty} = 1$  и  $\frac{\infty}{\infty} = \infty$ .

**Теорема VIII.** *Безконечное—единица въ собственномъ смыслѣ, и существуетъ одно только Бытiе безконечное, или Богъ.*

(9)  $\frac{\infty}{\infty} = \infty$ , но съ другой стороны.  $\frac{\infty}{\infty} = 1$ , потому что безконечное, очевидно, содержитъ само себя одинъ разъ. Итакъ,  $\infty = 1$ . Но что же это значить?

Мы доказали (теоремы I и II), что существуютъ только два неприводимыхъ элемента:  $\infty$  и 0. Но такъ какъ 0—ничто, то одно безконечное существуетъ, какъ неприводимое (irréductiblement). Между тѣмъ, мы встрѣчаемся съ такимъ равенствомъ:  $\infty = 1$ . Слѣдовательно, эта единица существуетъ, какъ неприводимое; такъ какъ она равна безконечному, которое, согласно съ предыдущей теоремой, не могло бы не существовать. Но какой же единицы, однако, равно безконечное? Упомянутая единица не есть и не можетъ быть ни 1, ни какое-либо другое число, ни какое-либо конечное существо, такъ какъ всѣ они приводимы. Итакъ, она есть само безконечное. Иначе говоря, безконечное равно только себѣ и не имѣетъ никакого сходства по природѣ съ другими единицами, количествами или существами. Точность равенствъ:

$\frac{\infty}{\infty} = \infty$  и  $\frac{\infty}{\infty} = 1$ , такимъ образомъ, доказана; потому что, согласно основному ариѳметическому положенiю,—въ виду того, что частное должно быть того же рода, какъ дѣлимое,—они сливаются въ одно и могутъ быть изображены въ такомъ видѣ:  $\frac{\infty}{\infty} = 1 \infty$

Съ другой стороны, такъ какъ безконечность—единица чужда всякой множественности (теорема VI), то быть единственной необходимо составляетъ особенность ея сущности: въ противномъ случаѣ, будучи способною повторяться, она измѣнялась бы какъ множитель.

Итакъ, существуетъ только одно Существо безконечное.

И это Существо есть Творецъ всѣхъ вещей (теорема II bis), сохраняющее ихъ Своимъ промысломъ (теорема II bis, королларiй I),

Существо всемогущее (теорема II bis, королларiй I),

высочайшее (теорема II bis, королларiй III).

самобытное (теорема III bis, королларiй I),

необъятное и неизмѣримое (теорема III bis, королларій II),  
 недѣлимое (теорема III bis, королларій II),  
 неизмѣняемое (теорема VI),  
 необходимое (теорема VII),  
 вѣчное (теорема VII, королларій),  
 единое и первоначальное (irréductible),—теорема VIII,—  
 это Существо есть Богъ.

### ЗАКЛЮЧЕНІЕ.

Въ заключеніе, повторяемъ: всѣ эти доказательства не составляютъ необходимости. Разумъ воспринимаетъ интуитивно всѣ выводимыя выше истины; изложено письменно только тождественное съ воспринимаемымъ интуитивно, потому что одинъ тотъ фактъ, что нашъ умъ имѣетъ понятіе объ абстрактномъ безконечномъ, доказываетъ, что существуетъ безконечное конкретное. Абстрагировать, въ дѣйствительности, значитъ отдѣлять отъ извѣстнаго существа присущее ему качество. Но по смыслу самого опредѣленія, никакое конечное существо не обладаетъ свойствомъ безконечнаго; и *конечное* не можетъ привести ни къ чему, кромѣ *неопредѣленнаго* (l'indéfini), существенно отличнаго отъ *безконечнаго* (l'infini); которое въ абсолютномъ смыслѣ *опредѣленно* (défini) само въ себѣ, какъ всякая вещь или существо.

*Перевелъ свящ. Д. Рождественскій.*

---